

Physikalisches Praktikum

MI2AB
Prof. Ruckelshausen

Versuch 1.6: Bestimmung von Trägheitsmomenten mit dem Torsionspendel

Gruppe 2, Mittwoch: Patrick Lipinski, Sebastian Schneider

Physikalisches Praktikum

Versuch 1.6 – Bestimmung von Trägheitsmomenten mit dem Torsionspendel

MI2AB Prof. Ruckelshausen

Patrick Lipinski, Sebastian Schneider

Seite 1 von 9

Inhaltsverzeichnis

1.	Versuchsbeschreibung	Seite 2
2.	Bestimmung von Direktionsmoment D_m der Feder (des Torsionspendels) und Trägheitsmoment J_0 aus Messungen der Schwingungsdauer sowie des Drehmoments eines Stabes	Seite 2
2.1.	Bestimmung der Schwingungsdauer anhand der Messung der Dauer von 10 Schwingungen:	Seite 2
2.1.1.	Drehachse = Stabende	Seite 2
2.1.2.	Drehachse = Stabmitte	Seite 3
2.2.	Bestimmung des Direktionsmoments aus Messungen des Drehmoments für 5 verschiedene Hebelarme	Seite 4
3.	Bestimmung des Trägheitsmoments J verschiedener Körper	Seite 4
3.1.	Holzkugel	Seite 5
3.2.	Hohlzylinder	Seite 6
3.3.	Holzzylinder	Seite 7
3.4.	Scheibe	Seite 8
4.	Fehlerbetrachtung	Seite 9
	Anhang: Vortestat	2 Blatt

Physikalisches Praktikum

Versuch 1.6 – Bestimmung von Trägheitsmomenten mit dem Torsionspendel

MI2AB Prof. Ruckelshausen

Patrick Lipinski, Sebastian Schneider

Seite 2 von 9

1. Versuchsbeschreibung

Der Versuch befasst sich im wesentlichen mit der Bestimmung des Direktionsmoments und Trägheitsmoments eines Körpers anhand der Schwingungsdauer am Torsionspendel und aus Messungen des Drehmoments.

2. Bestimmung von Direktionsmoment D_m der Feder (des Torsionspendels) und Trägheitsmoment J_0 aus Messungen der Schwingungsdauer sowie des Drehmoments eines Stabes.

Die Bestimmung des Direktionsmoments der Feder und des Trägheitsmoments erfolgt mit Hilfe von Messungen der Schwingungsdauer und des Drehmoments eines Stabes der Länge $l=283,1\text{mm} \pm 0,05\text{mm}$ und einer Masse von $m=43\text{g} \pm 0,5\text{g}$.



2.1. Bestimmung der Schwingungsdauer anhand der Messung der Dauer von 10 Schwingungen:

n : Nummer der Messung

t_n : Dauer von 10 Schwingungen

T_n : errechnete Schwingungsdauer einer Schwingung $(T=\frac{t}{10})$

T_E , T_M : mittlere Schwingungsdauer einer Schwingung

2.1.1. Drehachse = Stabende:

n	t_n [s]	T_n ($t/10$) [s]
1	13,6	1,36
2	13,6	1,36
3	13,6	1,36
4	13,6	1,36
5	13,6	1,36

$$T_E = \frac{\sum_{n=1}^5 T_n}{5} = \frac{1,36\text{s} + 1,36\text{s} + 1,36\text{s} + 1,36\text{s} + 1,36\text{s}}{5} = 1,36\text{s}$$

Physikalisches Praktikum

Versuch 1.6 – Bestimmung von Trägheitsmomenten mit dem Torsionspendel

MI2AB Prof. Ruckelshausen

Patrick Lipinski, Sebastian Schneider

Seite 3 von 9

2.1.2. Drehachse = Stabmitte:

n	t _n [s]	T _n (t _n /10) [s]
1	7,2	0,72
2	7,0	0,7
3	7,2	0,72
4	7,0	0,7
5	7,2	0,72

$$T_M = \frac{\sum_{n=1}^5 T_n}{5} = \frac{0,72 \text{ s} + 0,7 \text{ s} + 0,72 \text{ s} + 0,7 \text{ s} + 0,72 \text{ s}}{5} = 0,712 \text{ s}$$

Das Trägheitsmoment des Stabes bei Einspannung am Stabende wird durch folgende Formel bestimmt, wobei die Länge l hier nicht der eigentlichen Stablänge entspricht, da der Stab 0,0805m von seinem Ende entfernt eingespannt worden ist:

$$J_E = \frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2 = \frac{1}{3} \cdot 0,043 \text{ kg} \cdot (0,27505 \text{ m})^2 = 0,00108 \text{ kgm}^2$$

Für die Einspannung des Stabes in der Stabmitte verwendet man die Formel:

$$J_M = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2 = \frac{1}{12} \cdot 0,043 \text{ kg} \cdot (0,2831 \text{ m})^2 = 0,000287 \text{ kgm}^2$$

Aus diesen Trägheitsmomenten lässt sich nun anhand folgender Formel das Trägheitsmoment J₀ sowie das Direktionsmoment D_m der Feder berechnen:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J + J_0}{D_m}} \Rightarrow T^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{J + J_0}{D_m} \Rightarrow D_m = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{J + J_0}{T^2}$$

$$T_M^2 = \frac{(J_M + J_0) \cdot T_E^2}{J_E + J_0} \Rightarrow J_0 = \frac{J_M \cdot T_E^2 - J_E \cdot T_M^2}{T_M^2 - T_E^2} = 0,00001241 \text{ kgm}^2$$

$$D_m = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{J_E + J_0}{T_E^2} = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{J_M + J_0}{T_M^2} = 0,02332 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} = 0,02332 \text{ Nm}$$

Physikalisches Praktikum

Versuch 1.6 – Bestimmung von Trägheitsmomenten mit dem Torsionspendel

MI2AB Prof. Ruckelshausen

Patrick Lipinski, Sebastian Schneider

Seite 4 von 9

2.2. Bestimmung des Direktionsmoments aus Messungen des Drehmoments für 5 verschiedene Hebelarme

$$\text{Auslenkungswinkel: } \varphi = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

r_n [m]	F_n [N]	M_n [Nm]
0,05	0,7	0,035
0,1	0,32	0,032
0,15	0,2	0,030
0,2	0,13	0,026
0,25	0,09	0,023

Das Drehmoment für alle 5 Messungen wurde mit Hilfe von $M_n = r_n \cdot F_n$ berechnet

$$M = \sum_{n=1}^5 M_n = \frac{0,035 \text{ Nm} + 0,032 \text{ Nm} + 0,030 \text{ Nm} + 0,026 \text{ Nm} + 0,023 \text{ Nm}}{5} = 0,0292 \text{ Nm}$$

Wenden wir dann nachfolgende Formel an, so können wir auch das Direktionsmoment

$$\text{der Feder bestimmen: } D_m = \frac{M}{\varphi} = \frac{0,0292 \text{ Nm}}{\frac{\pi}{2}} = 0,018589 \text{ Nm}$$

Im Vergleich zum Ergebnis aus 2.1. beträgt die Abweichung $\Delta D_m = 0,004731 \text{ Nm}$, was ca. 20,29% entspricht und in Anbetracht der vielen einflussnehmenden Messwerte und dadurch Fehlerquellen unserer Ansicht nach durchaus im Toleranzbereich liegt.

3. Bestimmung des Trägheitsmoments J verschiedener Körper

Das Trägheitsmoment verschiedener Körper wird anhand der Messung von Radius r und Masse m sowie der durchschnittlichen Schwingungsdauer mittels der Formel

$$J = \frac{T^2 \cdot D_m}{4 \cdot \pi^2} - J_0 \quad \text{bestimmt, wobei die in 2.1. bestimmten Werte von } D_m = 0,02332 \text{ Nm}$$

und $J_0 = 0,00001241 \text{ kgm}^2$ verwendet werden.

Ebenso werden die Trägheitsmomente zum Vergleich anhand der Abmessungen und Massen der Körper bestimmt.

Die Abweichungen zwischen den beiden errechneten Werten für J sind durch die in 4. angegebenen Fehler zu erklären.

Physikalisches Praktikum

Versuch 1.6 – Bestimmung von Trägheitsmomenten mit dem Torsionspendel

MI2AB Prof. Ruckelshausen

Patrick Lipinski, Sebastian Schneider

Seite 5 von 9

3.1. Holzkugel ($r = 0,07\text{m}$; $m = 1,0982\text{kg}$):



n	$t_n [\text{s}]$	$T_n (t_n/10) [\text{s}]$
1	18,6	1,86
2	18,6	1,86
3	18,5	1,85
4	18,6	1,86
5	18,6	1,86

$$T_{\text{Holzkugel}} = \frac{\sum_{n=1}^5 T_n}{5} = \frac{1,86\text{s} + 1,86\text{s} + 1,85\text{s} + 1,86\text{s} + 1,86\text{s}}{5} = 1,858\text{s}$$

$$J_{\text{Holzkugel}} = \frac{T_{\text{Holzkugel}}^2 \cdot D_m}{4 \cdot \pi^2} - J_0 = \frac{(1,858\text{s})^2 \cdot 0,02332\text{Nm}}{4 \cdot \pi^2} - 0,00001241\text{kgm}^2 = 0,00203\text{kgm}^2$$

$$J_{\text{Holzkugel}} = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 = \frac{2}{5} \cdot 1,0982\text{kg} \cdot (0,07\text{m})^2 = 0,00215\text{kgm}^2$$

Physikalisches Praktikum

Versuch 1.6 – Bestimmung von Trägheitsmomenten mit dem Torsionspendel

MI2AB Prof. Ruckelshausen

Patrick Lipinski, Sebastian Schneider

Seite 6 von 9

3.2. Hohlzylinder ($r_i = 0,043\text{m}$; $r_a = 0,045\text{m}$; $h = 0,0808\text{m}$; $m = 0,5238\text{kg}$):



n	t [s]	T (t/10) [s]
1	12,9	1,29
2	12,8	1,28
3	12,9	1,29
4	12,8	1,28
5	12,8	1,28

$$T_{Hohlzylinder} = \frac{\sum_{n=1}^5 T_n}{5} = \frac{1,29\text{s} + 1,28\text{s} + 1,29\text{s} + 1,28\text{s} + 1,28\text{s}}{5} = 1,284\text{s}$$

$$J_{Hohlzylinder} = \frac{T_{Hohlzylinder}^2 \cdot D_m}{4 \cdot \pi^2} - J_0 = \frac{(1,284\text{s})^2 \cdot 0,02332\text{Nm}}{4 \cdot \pi^2} - 0,00001241\text{kgm}^2 = 0,00096\text{kgm}^2$$

$$J_{Hohlzylinder} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (r_a^2 + r_i^2) = \frac{1}{3} \cdot 0,5238\text{kg} \cdot ((0,045\text{m})^2 + (0,043\text{m})^2) = 0,00101\text{kgm}^2$$

Physikalisches Praktikum

Versuch 1.6 – Bestimmung von Trägheitsmomenten mit dem Torsionspendel

MI2AB Prof. Ruckelshausen

Patrick Lipinski, Sebastian Schneider

Seite 7 von 9

3.3. Holzzyylinder / Vollzyylinder ($r = 0,4425\text{m}$; $h = 0,91\text{m}$; $m = 0,366\text{kg}$):



n	t [s]	T (t/10) [s]
1	9,7	0,97
2	9,7	0,97
3	9,8	0,98
4	9,6	0,96
5	9,7	0,97

$$T_{\text{Holzzyylinder}} = \frac{\sum_{n=1}^5 T_n}{5} = \frac{0,97\text{s} + 0,97\text{s} + 0,98\text{s} + 0,96\text{s} + 0,97\text{s}}{5} = 0,97\text{s}$$

$$J_{\text{Holzzyylinder}} = \frac{T_{\text{Holzzyylinder}}^2 \cdot D_m}{4 \cdot \pi^2} - J_0 = \frac{(0,97\text{s})^2 \cdot 0,02332\text{Nm}}{4 \cdot \pi^2} - 0,00001241\text{kgm}^2 = 0,00054\text{kgm}^2$$

$$J_{\text{Holzzyylinder}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,366\text{kg} \cdot (0,04425\text{m})^2 = 0,00036\text{kgm}^2$$

Physikalisches Praktikum

Versuch 1.6 – Bestimmung von Trägheitsmomenten mit dem Torsionspendel

MI2AB Prof. Ruckelshausen

Patrick Lipinski, Sebastian Schneider

Seite 8 von 9

3.4. Scheibe ($r = 0,196\text{m}$; $h = 0,03\text{m}$; $m = 1,044\text{kg}$):



n	t [s]	T (t/10) [s]
1	59,8	5,98
2	60,2	6,02
3	60,0	6,00

$$T_{\text{Scheibe}} = \frac{\sum_{n=1}^3 T_n}{3} = \frac{5,98\text{s} + 6,02\text{s} + 6,00\text{s}}{5} = 6,00\text{s}$$

$$J_{\text{Scheibe}} = \frac{T_{\text{Scheibe}}^2 \cdot D_m}{4 \cdot \pi^2} - J_0 = \frac{(6,00\text{s})^2 \cdot 0,02332\text{Nm}}{4 \cdot \pi^2} - 0,00001241\text{kgm}^2 = 0,02125\text{kgm}^2$$

$$J_{\text{Scheibe}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,044\text{kg} \cdot (0,196\text{m})^2 = 0,02005\text{kgm}^2$$

Physikalisches Praktikum

Versuch 1.6 – Bestimmung von Trägheitsmomenten mit dem Torsionspendel

MI2AB Prof. Ruckelshausen

Patrick Lipinski, Sebastian Schneider

Seite 9 von 9

4. Betrachtung der Fehlerquellen

Da die vorangegangenen Versuche durch viele Messungen geprägt sind, ist eine Betrachtung der möglichen Fehlerquellen notwendig um die gewonnenen Ergebnisse richtig zu interpretieren.

Folgende Fehlerquellen sind zu betrachten:

- Messung von Schwingungsdauern (Stoppuhr): $\pm 0,5\text{s}$
- Messung von Massen (Waage): $\pm 0,5\text{g}$
- Messung von Längen (Schieblehre): $\pm 0,05\text{mm} = \pm 0,00005\text{m}$
- Messung von Kräften (Kraftmesser): $\pm 0,005\text{N}$
- Messung von Winkeln (Augenmaß): $\pm 5^\circ$

Ebenso können Fehler durch die Rundung von Zahlenwerten bei den Berechnungen auftreten.

Hier ist zu sehen, dass besonders bei der Messung von Winkeln (die auch bsw. die Kraftmessungen beeinflussen) größere Fehler auftreten können, wodurch auch stärkere Abweichungen zwischen den durch verschiedene Methoden gewonnenen Ergebnissen erklärbar sind.